

Estimation

Classe de terminale STMG - Lycée Saint-Charles

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr - 2013/2014

Objectif :

- Savoir estimer, à partir d'un échantillon d'une population, une proportion d'un caractère de cette population.

La proportion p d'un caractère dans une population étudiée est inconnue.

On prélève au hasard et avec remise un échantillon de n individus de cette population.

On mesure la fréquence f des individus possédant le caractère étudié.

Définition 1 – intervalle de confiance

L'intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est appelé intervalle de confiance au niveau 95% de la proportion p .

Exemple 1 – On interroge 250 personnes inscrites sur les listes électorales. 25 de ces personnes déclarent leur intention de voter pour M. Martin. A partir de cet échantillon, peut-on estimer le pourcentage voix pour M. Martin lors des prochaines élections ?

Correction : $n = 250$, $f = \frac{25}{250} = 0,1$

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,1 - \frac{1}{\sqrt{250}}; 0,1 + \frac{1}{\sqrt{250}} \right] = [0,037; 0,163]$$

On peut estimer que M. Martin obtiendra entre 3,7% et 16,3% des voix, au niveau de confiance de 95% .

Exemple 2 – Étant donné le manque de précision du précédent sondage, on décide de recommencer avec un échantillon quatre fois plus grand. Cette fois, sur 1000 personnes interrogées, 98 déclarent leur intention de voter pour M. Martin.

Correction : $n = 1000$, $f = \frac{98}{1000} = 0,098$

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,098 - \frac{1}{\sqrt{1000}}; 0,098 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] = [0,066; 0,129]$$

On peut maintenant estimer que M. Martin obtiendra entre 6,6% et 12,9% des voix, au niveau de confiance de 95% .

Remarque – On voit que la taille de l'échantillon influence la précision du sondage : une enquête effectuée sur 1000 personnes a 95 chances sur 100 de donner le résultat correct à environ $\pm 3\%$ près.