

Suites

Classe de terminale STMG - Lycée Saint-Charles

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr - 2013/2014

Objectifs :

- Savoir construire une suite arithmétique.
- Savoir construire une suite géométrique.
- Savoir utiliser un tableur ou une calculatrice pour étudier une suite.
- Savoir calculer la somme de termes consécutifs d'une suite.
- Savoir comparer des suite.

1 Suites arithmétiques. Suites géométriques

Définition 1 – suite numérique

Une suite numérique est une liste de nombres. Chaque nombre est appelé terme de la suite. On note généralement la suite (u_n) .

Exemple – Les six premiers termes d'une suite (u_n) sont 8, 10, 11, 14, 16, 20 ...

En numérotant les termes à partir de 0, on voit que :

- le terme de rang 0 est 8
- le terme de rang 4 est 16

1.1 Suites arithmétiques

Définition 2 – Suite arithmétique

Une **suite arithmétique** est **définie par récurrence** : on passe d'un terme au suivant en ajoutant à chaque fois le même nombre a :

$$u_{n+1} = u_n + a$$

le nombre a est appelé **raison** de la suite.

Exemple – Les nombres 3, 7, 11, 15, 19, 23 forment le début d'une suite arithmétique de raison 4.

Propriété 1

Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison a , alors on a :

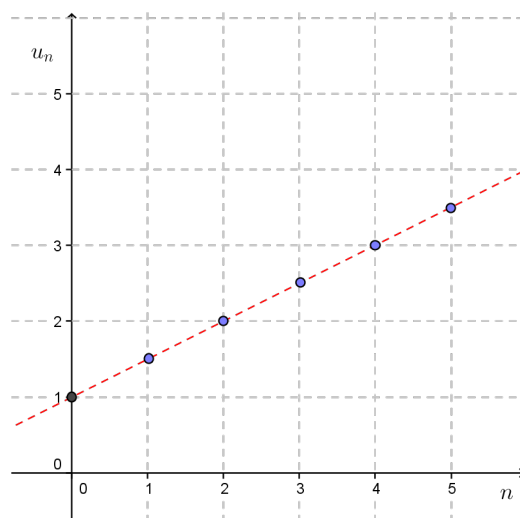
$$u_n = u_0 + na.$$

Preuve : Pour aller de u_0 à u_1 il faut ajouter a , pour aller de u_0 à u_2 il faut ajouter deux fois a , pour aller de u_0 à u_n il faut ajouter n fois a .

Exemple – Les nombres 3, 7, 11, 15, 19, 23 forment le début d'une suite arithmétique de raison 4.

Propriété 2 – Représentation graphique

Une **suite arithmétique** est représentée graphiquement par des **points alignés** : on parle de **croissance linéaire**.



Représentation graphique de la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 0,5$.
(Les points sont sur la droite d'équation $y = 0,5x + 1$).

Définition 3 – Sens de variation

- Si la raison est positive, la suite arithmétique est croissante.
- Si la raison est négative, la suite arithmétique est décroissante.

1.2 Suites géométriques**Définition 4 – Suite géométrique**

Une **suite géométrique** est **définie par récurrence** : on passe d'un terme au suivant en multipliant à chaque fois le même nombre q :

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

le nombre q est appelé **raison** de la suite.

Exemple – Les nombres 1, 2, 4, 8, 16, 32 forment le début d'une suite géométrique de raison 2.

Propriété 3

Si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , alors on a :

$$u_n = u_0 \times q^n.$$

Exemple – Dans un placement à intérêt composés à 3%, chaque année le capital est multiplié par 1,03. Le capital acquis suit une suite géométrique de raison 1,03.

Si le capital de départ est 10000 euros alors, 5 ans plus tard, il sera : $10000 \times 1,03^5 \approx 11592$ euros

Définition 5 – Sens de variation

- Si la raison est supérieure à 1, la suite géométrique est croissante.
- Si la raison est comprise entre 0 et 1, la suite géométrique est décroissante.