

# Évolution - Taux moyen

Classe de terminale STMG - Lycée Saint-Charles

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr - 2013

## Objectifs :

- Savoir calculer un indice en base 100 à partir d'un taux d'évolution.
- Savoir calculer un taux d'évolution moyen.

## 1 Pourcentage d'évolution

### Définition 1 – Taux d'évolution - Coefficient multiplicateur

Lorsqu'une valeur de départ  $y_1$  passe à une valeur d'arrivée  $y_2$  :

- La **variation absolue** est  $y_2 - y_1$ .
- La **variation relative** est  $\frac{y_2 - y_1}{y_1}$ .
- Le **taux d'évolution**  $t$  est la variation relative exprimée en %.
- Le **coefficient multiplicateur**  $CM$  est  $\frac{y_2}{y_1}$ .

**Remarque** – Le taux d'évolution  $t$  étant connu, on a :  $CM = 1 + t$ .

**Exemple** – Le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise est passé de 10 millions à 14 millions. La variation absolue est : 4 millions. La variation relative est : + 0,4. Le taux d'évolution :  $t = +40\%$ . Le coefficient multiplicateur est :  $CM = 1,4$ .

**Remarque** – En cas d'augmentation  $t > 0$  et  $CM > 1$ .

## 2 Évolutions successives

### Propriété 1

Lorsqu'une valeur subit plusieurs évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs.

**Exemple** – Le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise est passé de 10 millions en 2010 à 12 millions en 2011 puis 15 millions en 2012.

$$CM_1 = \frac{12}{10} = 1,2 \quad CM_2 = \frac{15}{12} = 1,25 \quad CM_{global} = CM_1 \times CM_2 = 1,2 \times 1,25 = 1,5$$

Le taux d'évolution global est :  $t_{global} = +50\%$ .

### 3 Indice simple, base 100

#### Définition 2

L'indice simple de  $y_2$ , de base 100 en  $y_1$  est  $I = \frac{y_2}{y_1} \times 100$ .

**Exemple** – Le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise est passé de 15 millions en 2010 à 18 millions en 2011.

$$\frac{y_2}{y_1} = 1,2 \quad I = 1,2 \times 100 = 120$$

**Remarque** – Le taux d'évolution se déduit très simplement de l'indice :  $t = (I - 100)\%$ . Dans l'exemple ci-dessus, le taux d'évolution est :  $t = (120 - 100)\% = 20\%$ .

### 4 Taux d'évolution moyen

#### Définition 3

Soit  $T$  un taux d'évolution global sur  $n$  années. Le taux annuel moyen  $t$  est tel que :

$$(1 + t)^n = 1 + T$$

**Exemple** – Le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise est passé de 10 millions en 2010 à 12 millions en 2011 puis 15 millions en 2012.

$$CM_{global} = 1,2 \times 1,25 = 1,5$$

Le taux d'évolution annuel moyen  $t$  est tel que :  $(1 + t)^2 = 1,5$

$$\text{on en déduit : } 1 + t = \sqrt{1,5}$$

#### Définition 4 – racine $n$ -ième d'un nombre positif

Soit  $a$  un nombre réel positif et  $n$  un entier naturel non nul. L'équation  $x^n = a$  admet une solution unique notée  $x = a^{\frac{1}{n}}$ . Cette solution s'appelle la **racine  $n$ -ième de  $a$** .

**Remarque** – On trouve aussi la notation  $\sqrt[n]{a}$ .  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

**Exemple** – En 2011, on a vendu 53,69 milliards de cigarettes contre 54,4 milliards en 2008. Calculons le taux de baisse annuel moyen de cigarettes vendues.

$$CM_{global} = \frac{53,69}{54,4} \approx 0,987$$

$$\text{on en déduit : } 1 + t \approx 0,987^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{soit : } 1 + t \approx 0,998$$

Entre 2008 et 2011 le nombre de cigarettes vendues a baissé de 0,2% par an en moyenne.