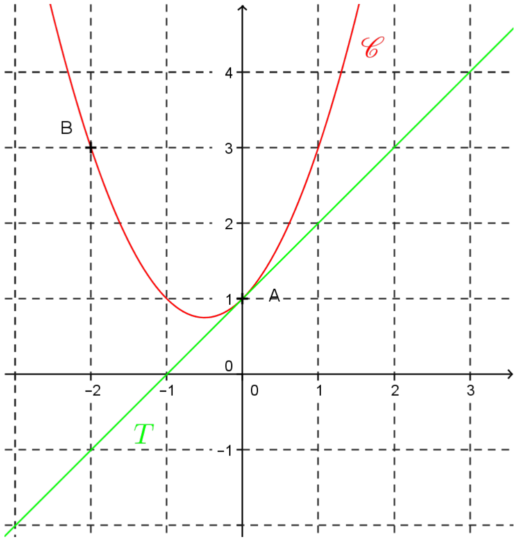
Evaluation type - classe de première ES

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente la fonctions f définie par :

$$f(x) = x^2 + x + 1.$$

La droite T représente la tangente au point A d'abscisse 0.



1) Quel est le nombre dérivé de f en 0 ?
2) Déterminer $f'(-2)$
3) Donner les équations des tangentes à $\mathscr{C}$ aux points A et B.

CORRECTION
1) Le nombre dérivé de f en 0 est égal au coefficient directeur de T.

$$\text{Coefficient directeur de } T = \frac{\text{variation de } y}{\text{variation de } x}$$

On peut lire directement sur le graphique que cette valeur est égale à 1.
Remarque : On peut retrouver cette valeur par le calcul, à partir des coordonnées de deux point appartenant à T. On voit sur le graphique que les points de coordonnées $(1;2)$ et $(3;4)$ appartiennent à T. Le coefficient directeur de T est :

$$\frac{\text{variation de } y}{\text{variation de } x} = \frac{4-3}{2-1} = 1$$

2)

$$f'(-2) = \lim_{h\to 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^2 + (-2) + 1 \\ &= 3 \text{ (on peut obtenir ce résultat par lecture graphique)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-2+h) &= (-2+h)^2 + (-2+h) + 1 \\ &= 4 - 4h + h^2 - 2 + h + 1 \\ &= h^2 - 3h + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-2+h) - f(-2) &= h^2 - 3h + 3 - 3 \\ &= h^2 - 3h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} &= \frac{h^2 - 3h}{h} = \frac{h(h-3)}{h} \\ &= h - 3 \end{aligned}$$

$$f'(-2) = \lim_{h\to 0} h - 3$$

$$d'o\grave{u} : \quad f'(2) = -3$$

3) Equation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A : $\quad y = x + 1$
(le coefficient directeur est égal à 1 et pour $x = 0$ on a $y = 1$)

Equation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point $B(-2;3)$:

$$\begin{aligned} y &= f'(-2)(x - (-2)) + f(-2) \\ y &= -3(x+2) + 3 \\ y &= -3x - 3 \end{aligned}$$

(on vérifie que le coefficient directeur est égal à -3 et que pour $x = -2$ on a $y = 3$)