

Problèmes d'équilibre

La **balance Roberval** est due au géomètre, mathématicien et philosophe français Gilles Personne (1602-1675). Le nom Roberval qu'il ajoute à son nom (Gilles Personne de Roberval) est celui du village de l'Oise où il a passé son enfance.

Pour peser un objet, on le place sur un plateau. Ensuite on ajoute des masses marquées à l'autre plateau jusqu'à ce que les deux plateaux soient en équilibre. La masse de l'objet à peser est alors égale au total des masses marquées.



Photo : Balance de Roberval avec cinq masses à base hexagonales en fonte et sept masses cylindriques en laiton.

Exercice

En utilisant la balance de Roberval et les masses ci-dessus :

- 1) Comment pourrait-on peser 98 grammes avec 2 masses seulement ?
- 2) Comment pourrait-on peser 140 grammes avec 3 masses seulement ?
- 3) Comment pourrait-on peser 195 grammes avec 2 masses seulement ?

Problème

On a placé deux morceaux de fer sur le plateau A d'une balance. On leur fait équilibre en mettant 1 785 grammes de masses sur le plateau B. Sans toucher aux masses, on prend dans le plateau A l'un des morceaux de fer et on le met sur le plateau B. Il faut alors ajouter 978 grammes sur le plateau A pour avoir l'équilibre.

Quelle est la masse de chaque morceau de fer ?

Correction

Dans l'exercice et dans le problème, on va schématiser la balance avec une égalité. **Si l'égalité est vraie alors la balance est équilibrée.**

On dispose des masses suivantes : {1g, 2g, 2g, 5g, 10g, 10g, 20g, 50g, 100g, 100g, 200g, 500g}. Ce qui fait un total de 1 000g, soit 1 kg.

Exercice

En utilisant la balance de Roberval et les masses ci-dessus :

- 1) Comment pourrait-on peser 98 grammes avec 2 masses seulement ?
 $98 \text{ g} + 2 \text{ g} = 100 \text{ g}$ donc on peut peser 98g avec une masse de 2g et une masse de 100g.
- 2) Comment pourrait-on peser 140 grammes avec 3 masses seulement ?
 $140 \text{ g} + 10 \text{ g} = 100 \text{ g} + 50 \text{ g}$ donc on peut peser 140g avec des masse de 10g, 50g et 100g.
- 3) Comment pourrait-on peser 195 grammes avec 2 masses seulement ?
 $195 \text{ g} + 5 \text{ g} = 200 \text{ g}$ donc on peut peser 195g avec une masse de 5g et une masse de 200g.

Problème

On a placé deux morceaux de fer sur le plateau A d'une balance. On leur fait équilibre en mettant 1 785 grammes de masses sur le plateau B. Sans toucher aux masses, on prend dans le plateau A l'un des morceaux de fer et on le met sur le plateau B. Il faut alors ajouter 978 grammes sur le plateau A pour avoir l'équilibre.

Quelle est la masse de chaque morceau de fer ?

Dans la suite on va appeler **M1 la masse du morceau 1** et appeler **M2 la masse du morceau 2**

RAISONNEMENT

Premier équilibre : $M_1 + M_2 = 1\,785 \text{ g}$ *

Deuxième équilibre : $M_1 + 978\text{g} = 1\,785 \text{ g} + M_2$ **

On enlève 978 g de chaque côté de la balance.

Troisième équilibre : $M_1 = 807 \text{ g} + M_2$

Dans la première égalité, on remplace M1 par $807 \text{ g} + M_2$

$807 \text{ g} + M_2 + M_2 = 1\,785 \text{ g}$

Maintenant, on enlève 807 g de chaque côté de l'égalité :

$M_2 + M_2 = 978 \text{ g}$

Donc **$M_2 = 489 \text{ g}$**

Premier équilibre : $M_1 + M_2 = 1\,785 \text{ g}$

Donc $M_1 + 489 \text{ g} = 1\,785 \text{ g}$

Donc **$M_1 = 1\,296 \text{ g}$**

Vérification des résultats en remplaçant les valeurs trouvées dans les deux égalités de l'énoncé :

CALCULS

$$1\,785 - 978 = 807$$

$$1\,785 - 807 = 978$$

$$978 \div 2 = 489$$

$$1\,785 - 489 = 1\,296$$

$$1\,296 + 489 = 1\,785 \quad *$$

$$1\,296 + 978 = 1\,785 + 489 \quad **$$

REPONSE

Les morceaux de fer ont des masses de **$M_1 = 1\,296 \text{ g}$** et **$M_2 = 489 \text{ g}$**