

# Distance d'un point à une droite

**Objectifs :**

*Savoir calculer la distance d'un point à une droite*

*Savoir construire la tangente à un cercle qui passe en l'un de ses points*

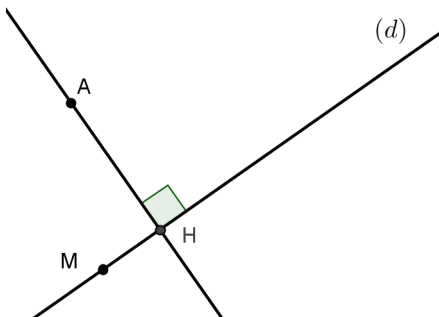
## I – Distance d'un point à une droite

**Définition :**

La **distance du point A à la droite (d)** est la plus petite distance possible entre le point A et un point quelconque de la droite (d).

**Propriété :**

La **distance du point A à la droite (d)** est la longueur **AH**, où H est le pied de la perpendiculaire à la droite (d) menée du point A.



**Preuve :**

Soit H le pied de la perpendiculaire à la droite (d) menée du point A.

Soit le point M sur la droite (d) tel que AM soit la distance du point A à la droite (d).

On va montrer que les points M et H sont confondus :

Dans le triangle AHM, rectangle en H, on a, d'après l'égalité de Pythagore :  $AH^2 = AM^2 - MH^2$

Donc  $AH^2 \leq AM^2$  et par conséquent  $AH \leq AM$

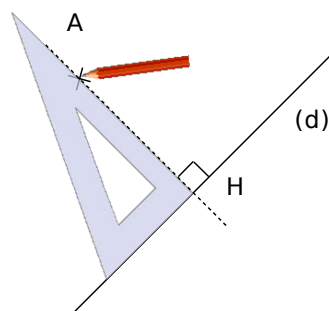
Par définition, AM est la plus petite distance entre le point A et un point quelconque de la droite (d). On a donc  $AH \geq AM$

On a donc  $AH \leq AM$  et  $AH \geq AM$ . On en déduit  $AH = AM$  et donc  $AH^2 = AM^2$

D'où :  $MH^2 = AM^2 - AH^2 = 0$  et donc  $MH = 0$ . Donc les points M et H sont confondus.

*CQFD*

exemple de construction :

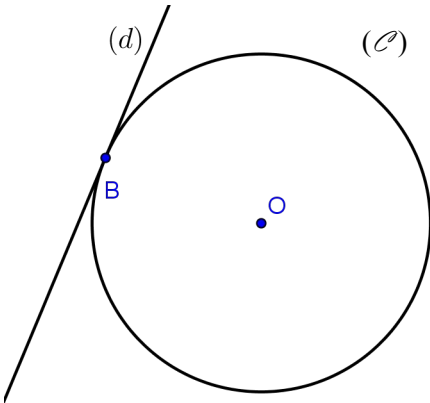


## II – Tangente à un cercle en l'un de ses points

### Définition :

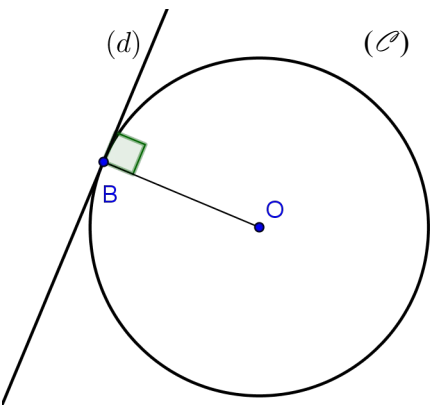
Soit un point  $B$  sur un cercle  $(\mathcal{C})$ .

**La tangente au cercle  $(\mathcal{C})$  en  $B$**  est la droite qui n'a qu'un seul point commun avec le cercle  $(\mathcal{C})$  : le point  $B$ .



### Propriété :

Si une droite  $(d)$  est tangente au cercle  $(\mathcal{C})$  de centre  $O$  au point  $B$  alors cette droite  $(d)$  est perpendiculaire au rayon  $[OB]$ .



### Preuve :

Tous les points de la droite  $(d)$  sont à l'extérieur du cercle  $(\mathcal{C})$ , à l'exception du point  $B$  qui est sur le cercle  $(\mathcal{C})$ .

Donc  $OB$  est la distance du point  $O$  à la droite  $(d)$ .

Et en déduit que la droite  $(d)$  est perpendiculaire à la droite  $(OB)$ . *CQFD*

### Méthode :

On utilise cette propriété pour **construire la tangente à un cercle** en l'un de ses points.