

1 Langage des probabilités

Définition 1 – Expérience aléatoire

Une expérience est dite aléatoire lorsque **plusieurs résultats sont possibles mais imprévisibles**. Les résultats possibles sont généralement appelés **issues** ou **événements élémentaires**.

Exemples :

- Lancer un dé est une expérience aléatoire qui comporte six issues : $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
- Jouer à pile ou face est une expérience aléatoire qui comporte deux issues : $\{\text{pile}; \text{face}\}$.

Définition 2 – Événement

Selon l'issue d'une expérience aléatoire, un événement « est réalisé » ou « n'est pas réalisé ».

Exemples : soit l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé.

- L'événement « le résultat est un multiple de trois » est réalisé par deux issues : 3 et 6.
- L'événement « le résultat est impair » est réalisé par trois issues : 1, 3 et 5.
- L'événement « le résultat est 7 » n'est jamais réalisé.
- L'événement « le résultat est inférieur à 7 » est toujours réalisé.

2 Probabilité d'un événement

- Au jeu de « pile ou face », on a une chance sur deux d'obtenir face.

La probabilité de l'événement « obtenir face » est égale à $\frac{1}{2}$.

- Si on lance un dé, on a aucune chance d'obtenir un sept.

La probabilité de l'événement « obtenir un sept » est égale à 0.

- Si on lance un dé, on est certain d'obtenir un résultat inférieur à sept.

La probabilité de l'événement « obtenir un résultat inférieur à sept » est égale à 1.

Propriété 1

- Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- La probabilité d'un événement impossible est égale à 0.
- La probabilité d'un événement certain est égale à 1.
- La somme des probabilités de chaque issue est égale à 1.

Définition 3 – Equiprobabilité

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Propriété 2

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement est égale au quotient du nombre d'issues qui le réalisent par le nombre total d'issues.

Exemple : Soit l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé.

L'ensemble des six issues de cette expérience est : $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

On note A l'événement : « le résultat est un multiple de trois ». A est réalisé par deux issues : 3 et 6.

La probabilité de l'événement A , notée $p(A)$ est égale à :

$$p(A) = \frac{2}{6}$$

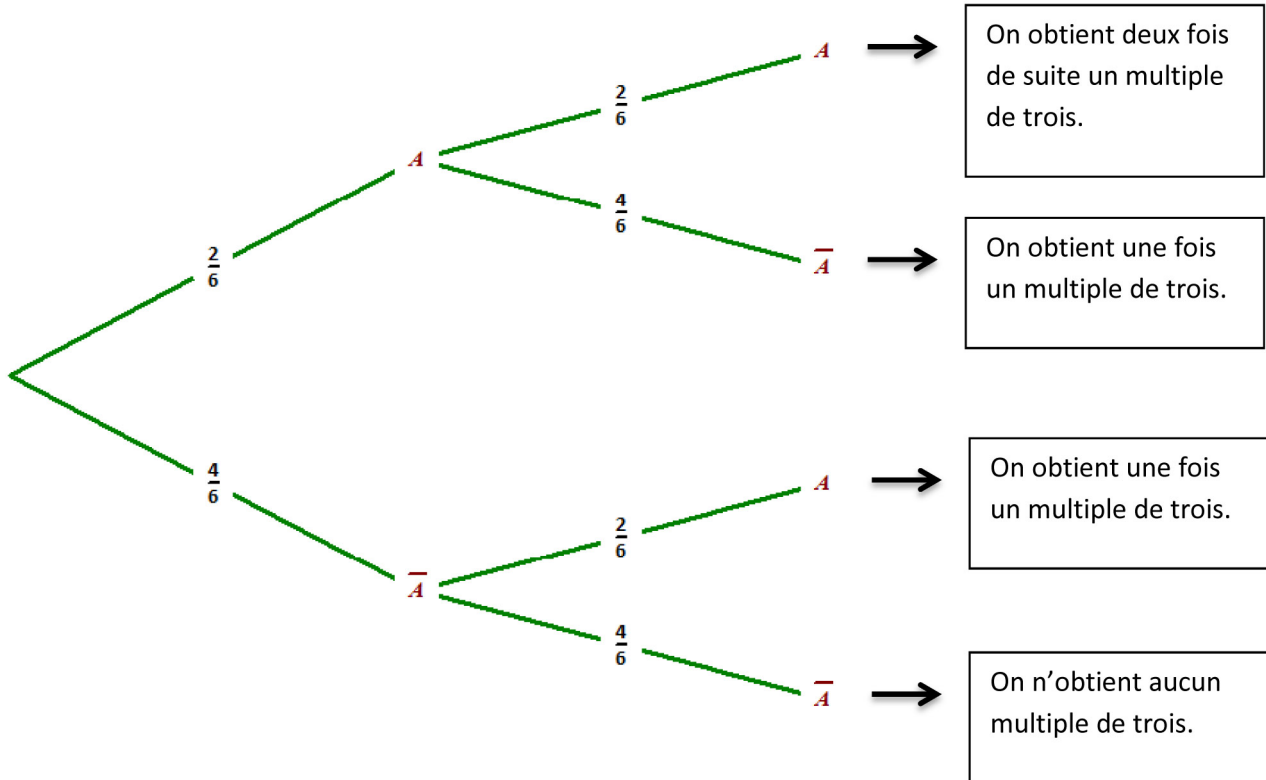
3 Arbres pondérés

On peut représenter une expérience aléatoire à plusieurs épreuves à l'aide d'un arbre pondéré.

Exemple : Soit l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé, deux fois de suite.

On note A l'événement : « le résultat est un multiple de trois ».

\bar{A} est l'événement : « le résultat n'est pas un multiple de trois ».



Propriété 3

Dans un arbre pondéré, la probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités sur ce chemin.

Sur l'exemple ci-dessus :

- la probabilité d'obtenir deux fois un multiple de trois est : $\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{4}{36}$
- la probabilité d'obtenir une fois un multiple de trois est : $\frac{2}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{16}{36}$
- la probabilité de n'obtenir aucun multiple de trois est : $\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{16}{36}$