Classe de seconde – EVALUATION

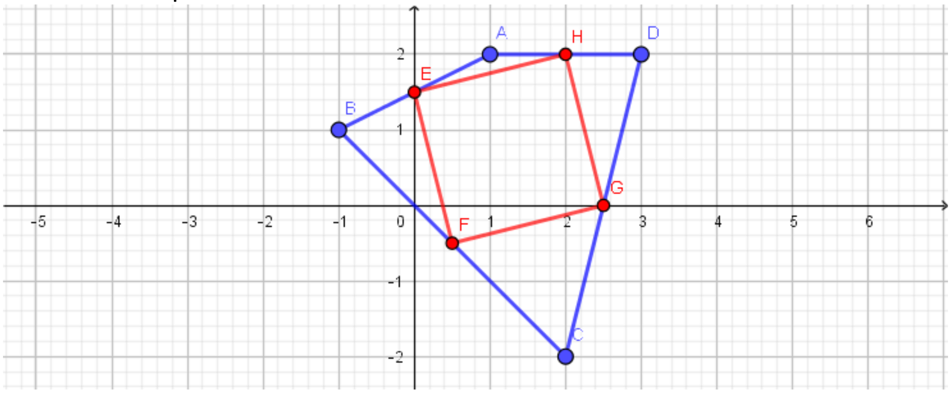
Exercice 1 - correction

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on a quatre points : $A(1\,;2)$, $B(-1\,;1)$, $C(2\,;-2)$ et $D(3\,;2)$

1. Déterminer les coordonnées des points E, F, G et H milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

$E(0\,;\ 1{,}5)$ $F(0{,}5\,;\ -0{,}5)$ $G(2{,}5\,;\ 0)$ $H(2\,;\ 2)$

2. Tracer les quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$.



3. Calculer les distances EF, FG, GH et HE.

$EF = \sqrt{0{,}5^2 + 2^2} = \sqrt{4{,}25}$ $FG = \sqrt{2^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{4{,}25}$

$GH = \sqrt{0{,}5^2 + 2^2} = \sqrt{4{,}25}$ $HE = \sqrt{2^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{4{,}25}$

4. Quelle est la nature du triangle EGH ?

$HE = GH$ donc le triangle EGH est isocèle en H.
On également peut conjecturer qu'il est rectangle.
Vérification : $EG^2 = 2{,}5^2 + 1{,}5^2 = 8{,}5 = HE^2 + GH^2$
L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle EGH est rectangle en H.

5. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?

On peut conjecturer que $EFGH$ est un carré, c'est-à-dire un losange et un rectangle. On va utiliser les propriétés caractéristiques suivantes :
<u>Propriété 1</u> : un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se croisent en leurs milieux.
<u>Propriété 2</u> : un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux.
<u>Propriété 3</u> : un rectangle est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur.
Pour commencer, montrons que $EFGH$ est un parallélogramme.
Cordonnées du milieu de EG : $(1{,}25\,;\ 1{,}25)$ Coordonnées du milieu de FH : $(1{,}25\,;\ 1{,}25)$
D'après le propriété 1, <u>$EFGH$ est un parallélogramme</u>.
En 3) on a montré que $EH = HG$, donc d'après la propriété 2, <u>$EFGH$ est un losange</u>.
$FH = \sqrt{1{,}5^2 + 2{,}5^2} = \sqrt{8{,}5} = EG$, donc d'après la propriété 3, <u>$EFGH$ est un rectangle</u>.
On peut conclure que $EFGH$ est un carré.

6. Montrer que $AC = 2EF$.

<u>Première méthode :</u>
$AC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ $EF = \sqrt{4{,}25}$ $2EF = 2 \times \sqrt{4{,}25} = \sqrt{4} \times \sqrt{4{,}25} = \sqrt{4 \times 4{,}25} = \sqrt{17}$ CQFD

<u>Deuxième méthode :</u>
On sait que E est le milieu de $[AB]$ et F est le milieu de $[BC]$.

Or dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés du triangle alors il mesure la moitié du troisième côté.

Donc $AC = 2EF$