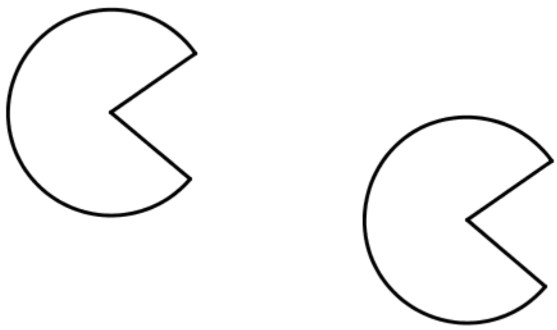
Vecteurs

Classe de seconde

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr

1 Notion de translation

Une translation déplace tous les points d'un objet géométrique de la même distance, selon la même direction et dans le même sens.

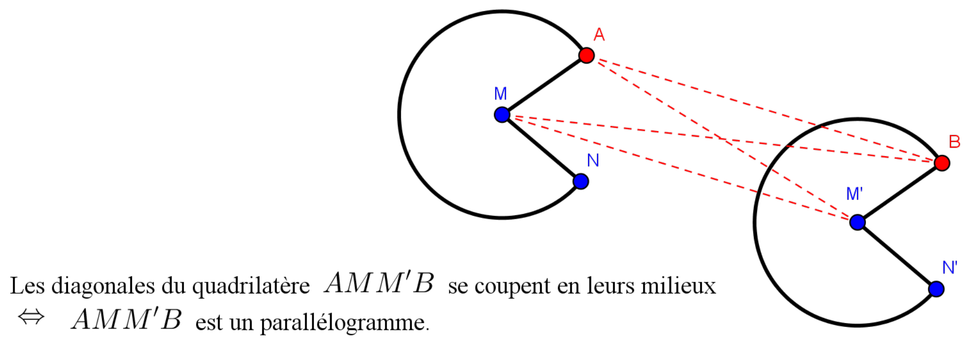


Une translation est une transformation qui correspond à l'idée de « glissement » d'un objet, sans rotation, retournement ni déformation de cet objet.
Dans une translation, les longueurs, le parallélisme, la perpendicularité et plus généralement les angles sont conservés.
Une translation transforme une droite en une droite parallèle.
Par une translation, il n'y a aucune déformation : une figure géométrique est transformée en une figure géométrique identique.

2 Notion de vecteur

Définition 1 – Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

La **translation** qui transforme le point A en point B associe à un point M le point M' tel que $[AM']$ et $[BM]$ ont le même milieu.
Cette translation est appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ c'est :

- une **direction** : celle de la droite (AB).
- un **sens** : de A vers B.
- une **longueur** : celle du segment $[AB]$, notée AB.

Propriété 1 – Vecteurs égaux

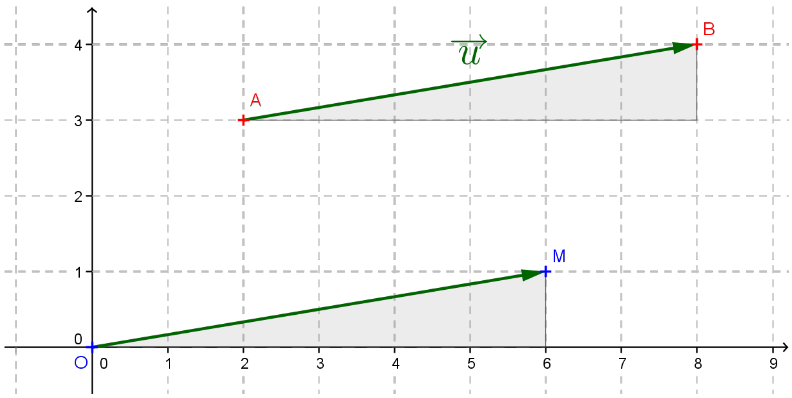
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme (éventuellement aplati).

Preuve : C'est une conséquence d'une propriété caractéristique des parallélogrammes : un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux.

3 Coordonnées d'un vecteur

Définition 2

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur du plan. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ sont les coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ du point M tel que : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{u}$.



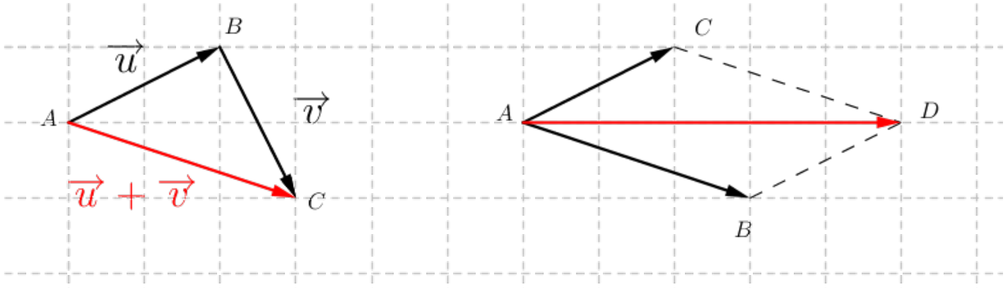
Propriété 2 – (*admise*)

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Propriété 3 – (*admise*)

Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont égaux si et seulement si leurs coordonnées dans le repère $(O; I; J)$ sont égales.

4 Addition de vecteurs



Propriété 4 – (*admise*)

On donne deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ sont $\begin{pmatrix} a+a' \\ b+b' \end{pmatrix}$.

Propriété 5 – Relation de Chasles (*propriété admise*)

Soient A, B et C, trois points du plan.

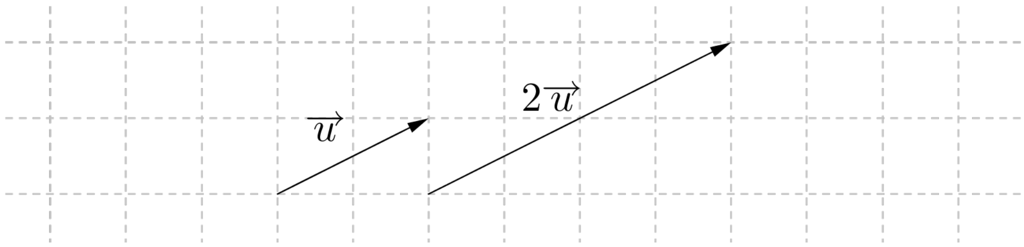
On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Propriété 6 – Règle du parallèlogramme (*propriété admise*)

Soient A, B et C, trois points du plan.

Si $ABDC$ est un parallélogramme, alors : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

5 Multiplication d'un vecteur par un réel



Définition 3

Soit k un réel et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ un vecteur dans un repère.

Le vecteur $k\overrightarrow{u}$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$.

Propriété 7 – Règles opératoires (*propriété admise*)

Pour tous vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ et tous réels k et k' :

$$k(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = k\overrightarrow{u} + k\overrightarrow{v} \qquad (k+k')\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{u} + k'\overrightarrow{u} \qquad k(k'\overrightarrow{u}) = (kk')\overrightarrow{u}$$

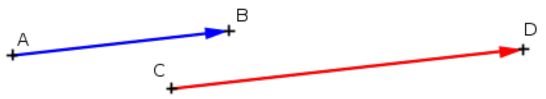
6 Vecteurs colinéaires

Définition 4

Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

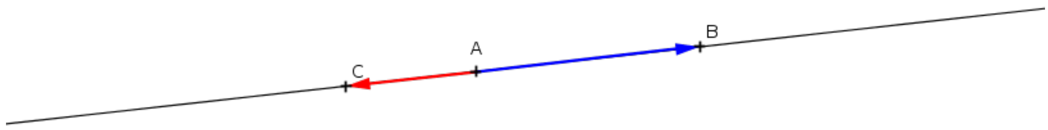
Propriété 8 – (*admise*)

Deux vecteurs colinéaires ont la même direction (mais pas forcément le même sens).



Propriété 9 – (*admise*)

Trois points A, B et C sont alignés
si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



Propriété 10 – (*admise*)

Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles
si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.