Fonction inverse

Classe de seconde

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr

1 Définition

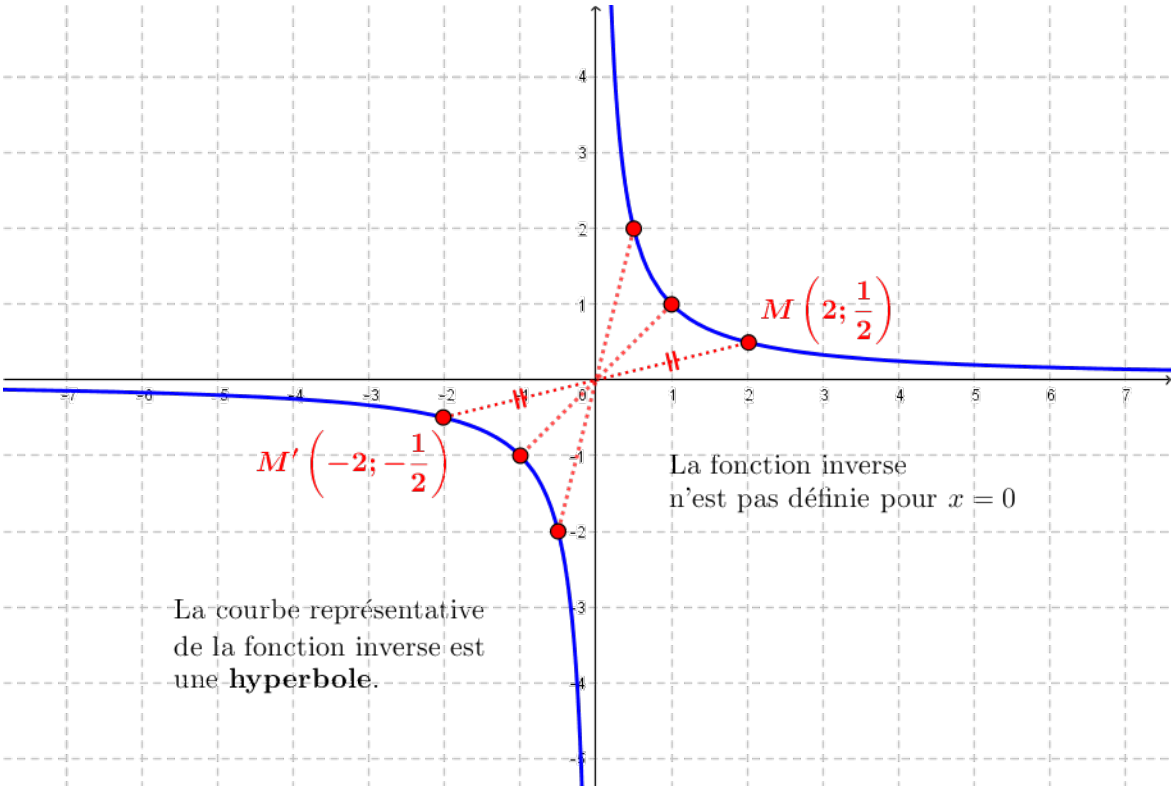
Définition 1 – Fonction inverse

On appelle **fonction inverse** la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
La fonction inverse n'est pas définie pour $x = 0$.

Exemples :

$$f(3) = \frac{1}{3} \qquad f(-2) = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \qquad f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad f(-1) = -f(1) = -1$$

2 Courbe représentative de la fonction inverse



Propriété 1 – (*propriété admise*)

Dans un repère orthogonal, l'origine du repère est le **centre de symétrie** de la courbe représentative de la fonction inverse.

3 Variations de la fonction inverse

Propriété 2 – Variations de la fonction inverse

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$.

Preuve : On compare le classement des antécédents et de leurs images sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$.

Soit a et b tels que $a<b$

$f(a)-f(b)=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{b-a}{ab}$

$a<b$ donc $b-a>0$

Sur $]-\infty;0[$ ou sur $]0;+\infty[$, a et b sont deux nombres de même signe donc leur produit est positif.

$b-a$ et ab sont positifs donc le quotient $\dfrac{b-a}{ab}$ est positif,

on en déduit que $f(a)-f(b)$ est positif et par conséquent $f(a)>f(b)$.

Si $a<b$ alors $f(a)>f(b)$: les antécédents sont classées dans l'ordre inverse de leurs images

donc la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$.

Tableau de variation :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0

Remarque 1 : La fonction inverse n'est pas décroissante sur $\mathbb{R}^*$.
$-1<1$ et $f(-1)<f(1)$ (les images et les antécédents sont classés dans le même ordre).